Wstęp

Nazwisko Johannesa Keplera kojarzy się przede wszystkim z astronomią i prawami ruchu planet. Rzadko kiedy wspomina się o innych jego dokonaniach. A przecież w swoich licznych dziełach zajmował się nie tylko astronomią. Pisał o matematyce i rozmaitych jej zastosowaniach, interesował się optyką, przez niektórych uważany jest za prekursora krystalografii. Jego prace nie są typowymi rozprawami naukowymi, gdyż oprócz rozważań czysto naukowych zawierają przemyślenia o charakterze filozoficznym, estetycznym i teologicznym. Swoje pomysły, często niezwykłe, Kepler przedstawiał jakby przy okazji. Jedne były rzeczywiście rewolucyjne, inne – pełne mistycyzmu i wysoce spekulatywne.

Czasy, w których przyszło działać Keplerowi, nie należały do spokojnych. Przełom XVI i XVII wieku to okres, gdy reformacja umacniała się i zdobywała coraz więcej zwolenników, prowokując tym samym swoich przeciwników do ostrych kontrataków. W Europie, w jej państwach i księstwach, dokonywały się podziały na protestantów i katolików. Jedne potęgi, takie jak Hiszpania, zaczynały tracić swoje wpływy, inne zaś, jak Anglia, rosły w siłę. Kładziono podwaliny pod nowe dyscypliny naukowe. Istotną rolę zaczęły odgrywać nauki ścisłe. Swoje oblicze zmieniała astronomia, rodziła się fizyka. Za sprawą dzieła Mikołaja Kopernika *O obrotach* (*De revolutionibus*) dokonał się wstrząs w podstawach myślowych nauki o wszechświecie. Powstawały nowe ośrodki astronomiczne, doskonaliła się również technika obserwacyjna. Duże osiągnięcia

w zwiększeniu precyzji obserwacji astronomicznych miał Duńczyk Tycho Brahe.

W matematyce pojawiły się zapowiedzi mającej nastąpić w XVII wieku rewolucji. Włoski lekarz i matematyk Girolamo Cardano opublikował w swojej *Ars magna* (*Wielka sztuka*) wzory Tartaglii na pierwiastki równania trzeciego stopnia, a przy okazji wprowadził do matematyki liczby zespolone. Uczeni studiowali świeżo przełożone na łacinę dzieła starożytnych, zwłaszcza *Elementy* Euklidesa. Na nowo odkrywali takie dzieła, jak *Arytmetyka* Diofantosa[1], *Conica* (*Stożkowe*) Apolloniosa z Perge[2], a także *Synagoge* (*Zbiór*) Pappusa z Aleksandrii[3] i komentarze Proklosa[4]. Rozwijała się algebra. W 1572 roku inżynier Rafael Bombelli (1526–1573) wydał pierwszy podręcznik algebry, w którym m.in. badał własności liczb zespolonych. François Viète (1540–1603) zaproponował nową symbolikę algebraiczną. Na potrzeby astronomii rodziły się nowe metody rachunkowe, jak chociażby wprowadzone na początku XVII wieku przez Brytyjczyków Johna Napiera i Henry'ego Briggsa logarytmy. Miejsce nauki odwołującej się do autorytetów starożytnych zaczęła zajmować nauka związana z doświadczeniem i obserwacjami, poszukująca obiektywnych praw rządzących światem.

Johannes Kepler urodził się 27 grudnia 1571 roku w niewielkim miasteczku Weil der Stadt, niedaleko Stuttgartu, w rodzinie luterańskiej. Biografowie twierdzą, że mały Johannes nie miał łatwego dzieciństwa. Był dzieckiem słabowitym, a rodzice specjalnie się nim nie zajmowali, pozostawiając wychowanie dziadkom. Dziewięcioletni Kepler został oddany do szkoły w Leonbergu, potem rozpoczął naukę w szkole klasztornej w Adelbergu, a po dwóch latach dostał się do seminarium wyższego w Maulbronn, gdzie sposobił się do stanu duchownego. W 1589 roku wstąpił na Uniwersytet w Tybindze, zapisując się na Wydział Sztuk Wyzwolonych – miało to być jednak tylko przygotowanie do dalszych studiów teologicznych. Tak wyglądała typowa droga studentów na większości uniwersytetów. Najpierw studiowano nauki wyzwolone, czyli między innymi astronomię i matematykę (tj. arytmetykę i geometrię), by potem, najczęściej po

uzyskaniu stopnia bakałarza, specjalizować się w prawie, medycynie lub teologii.

Na studiach Kepler trafił na dobrego wykładowcę astronomii i matematyki – Michaela Mästlina, zwolennika teorii Kopernika. Później wspominał, że to właśnie dzięki tym wykładom i własnym rozważaniom mógł się przekonać o matematycznej przewadze systemu heliocentrycznego nad geocentrycznym. Należy jednak zaznaczyć, że oficjalnie Mästlin wykładał jeszcze system Ptolemeusza. Oprócz astronomii Kepler interesował się także astrologią, lecz przede wszystkim koncentrował się na studiach teologicznych, zamierzając zostać pastorem. Przypadek jednak zadecydował, że stało się inaczej. Protestanckie seminarium w Grazu zwróciło się do Uniwersytetu w Tybindze z prośbą o zarekomendowanie jednego z absolwentów na stanowisko nauczyciela matematyki w tymże seminarium. Wybór padł na Keplera. Zaskoczony decyzją władz uczelni propozycję przyjął i nie kończąc studiów teologicznych, udał się do Grazu. Przybył tam w kwietniu 1594 roku.

Na przykładzie życiorysu Keplera możemy się dobitnie przekonać, jak przypadki zmieniają losy ludzi i ich plany życiowe. Niedoszły pastor został nauczycielem w protestanckiej Stiftschule, by później zająć się astronomią. W Grazu Kepler otrzymał również posadę matematyka okręgowego, co wiązało się między innymi z obowiązkiem układania kalendarzy z prognostykami dotyczącymi wpływu ciał niebieskich na działalność gospodarczą, polityczną oraz życie codzienne. Obowiązkowi temu Kepler poddawał się chętnie, gdyż korespondował on z jego zainteresowaniami astrologią. Dla młodego nauczyciela nie bez znaczenia były też dodatkowe honoraria za tę pracę.

Kepler był wymagającym nauczycielem i stawiał bardzo wysoko poprzeczkę swoim uczniom. Sam nieustannie uzupełniał swoją wiedzę. W tym czasie zapoznał się z komentarzami Proklosa do *Elementów* Euklidesa, studiował też szesnastowieczne łacińskie tłumaczenia dzieł Archimedesa, Apolloniosa i Pappusa, wykonane przez Federica Commandina.

Prawdopodobnie Kepler miał także okazję poznać łacińską wersję *Elementów* w wydaniu François de Foix, księcia Candale. Candale umieścił w swojej edycji dodatek z twierdzeniami o wpisywaniu wielościanów foremnych. Być może właśnie te fragmenty rozbudziły zainteresowanie Keplera wielościanami, co znalazło odbicie w niemal wszystkich jego dziełach.

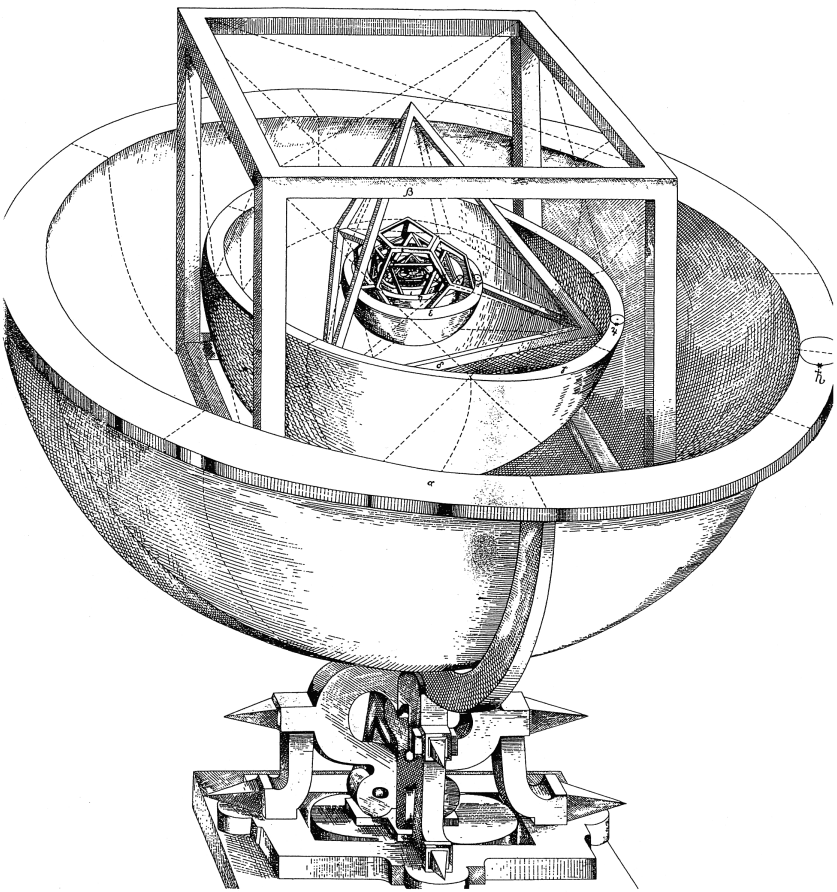
W Grazu Kepler napisał swoją pierwszą rozprawę, *Tajemnicę Kosmosu* (*Mysterium cosmographicum*), w której zaproponował oryginalny matematyczny model systemu planetarnego, wykorzystujący zależności między pięcioma wielościanami foremnymi (bryłami platońskimi). Jako gorący zwolennik Kopernika, w centrum umieścił Słońce i za pomocą pomysłowej konstrukcji sfer wpisanych i opisanych na wielościanach foremnych wyjaśniał rozmiary i proporcje Układu Słonecznego. Swoją wizję przedstawił następująco:

> Ziemia[5] jest kołem, miarą wszystkiego. Opisz na niej dwunastościan, koło go obejmujące będzie Marsem. Opisz na Marsie czworościan, koło go obejmujące będzie Jowiszem. Opisz sześcian na Jowiszu, koło go obejmujące będzie Saturnem. A teraz w Ziemię wpisz dwudziestościan, koło w niego wpisane będzie Wenus. Wpisz w Wenus ośmiościan, koło w niego wpisane będzie Merkurym. Oto jaka jest przyczyna liczby planet.[6]

Keplera fascynowała zależność pomiędzy liczbą znanych wówczas planet (sześć) a liczbą brył platońskich. Sądził, że w odkrytej przez siebie zależności udało mu się opisać doskonałość dzieła Bożego – świat został zbudowany przez Stwórcę według zasad harmonii architektonicznej, w zgodzie z normami wynikającymi z własności wielościanów foremnych.

W *Tajemnicy Kosmosu* Kepler podkreślał znaczenie wielościanów foremnych i opisywał ich własności. Uzasadniając swój model, doszukiwał się rozmaitych związków między liczbami boków, krawędzi i ścian wielościanów. Zwracał uwagę na symetrię w powtarzaniu się tych liczb.

Wielościany foremne opisane przez Platona w dialogu *Timajos* kryją w sobie wiele ciekawych zależności: środki ścian sześcianu są wierzchoł-



Ryc. 1. System sfer planetarnych wpisanych w bryły platońskie i opisanych na nich z *Mysterium cosmographicum*, Tybinga 1596.

kami ośmiościanu i odwrotnie. Podobnie jest z dwunastościanem i dwudziestościanem foremnym. Kepler przedstawia to tak:

> Ośmiościan z sześcianem, dwudziestościan z dwunastościanem wymieniają liczbę ścian i wierzchołków. Sześcian bowiem ma sześć ścian, a ośmiościan sześć wierzchołków [...]. Podobnie ścian dwunastościanu i wierzchołków dwudziestościanu jest po dwanaście; z kolei wierzchołków dwunastościanu i ścian dwudziestościanu jest po dwadzieścia.[7]

W charakterystyczny dla siebie sposób Kepler formułuje szereg interesujących spostrzeżeń. Na przykład:

> Ośmiościan zrodzony jest (nie tak prawdziwie, lecz tak jakby zrodzony) z sześcianu i piramidy [...]. Od pierwszej z tych brył zapożycza liczbę krawędzi, od drugiej – trójkątną podstawę.

Albo:

> Jeżeli na ośmiościan i dwudziestościan spojrzysz z punktu widzenia kątów, to ośmiościan ukazuje kwadratową podstawę sześcianu, dwudziestościan – pięciokątną dwunastościanu.[8]

We wstępie do drugiego rozdziału Kepler napisał: „Bryła była tym, co Bóg stworzył na początku”[9]. Nasuwa się porównanie z hasłem pitagorejczyków „na początku była liczba” i nie jest to chyba przypadek. Pitagorejczycy też poszukiwali harmonii w budowie świata i wierzyli, że klucz można odnaleźć w matematyce. Kepler, będąc przekonanym o pełnej harmonii świata, niewątpliwie nawiązywał do idei pitagorejskich nie tylko w tej, ale we wszystkich swoich rozprawach.

Tajemnica Kosmosu została wydana w 1596 roku. Autor rozesłał egzemplarze do wielu współczesnych uczonych z prośbą o komentarz. Byli wśród nich Galileusz i Tycho Brahe. Pierwszy nie odpowiedział, ale drugi

nadesłał list z uwagami. W ten sposób został nawiązany kontakt pomiędzy jednym z najlepszych ówczesnych astronomów obserwatorów i młodym, odważnie myślącym teoretykiem. Brahe nie był zwolennikiem systemu heliocentrycznego, gdyż miał konkurencyjną koncepcję – model geo-heliocentryczny, z nieruchomą Ziemią w centrum, obieganą przez Słońce, wokół którego krążyły pozostałe planety. Widocznie jednak poznał się na talencie Keplera, skoro mimo różnic w poglądach postanowił zaprosić go do Pragi, dokąd sam przeniósł się w czerwcu 1599 roku na zaproszenie cesarza Rudolfa II. Kepler bardzo chętnie skorzystał z propozycji i na początku 1600 roku dołączył do Brahego. Spędził u duńskiego uczonego prawie cztery miesiące i dał się poznać jako sprawny, pracowity rachmistrz, wnikliwie analizujący dane.

W czerwcu 1600 roku Kepler powrócił do Grazu. Miasto to, tak jak cała Styria, było katolickie, ale tolerowano tu pewne enklawy protestanckie, na przykład seminarium luterańskie. Spokój był jednak bardzo nietrwały i na skutek wzmagającej się kontrreformacji nakazano opuszczenie Grazu wszystkim duchownym protestanckim oraz pracownikom seminarium. Keplerowi pozwolono pozostać, być może dlatego, że pełnił funkcję matematyka okręgowego. Gdy zatem pojawiła się okazja przeniesienia do Pragi, Kepler nie tyle z niej skorzystał, ile został zmuszony do wyjazdu na podstawie dekretu arcyksięcia, nakazującego opuszczenie Grazu wszystkim protestantom. W ten sposób rozpoczął się dla Keplera chyba najważniejszy etap w życiu – trwający około 11 lat okres praski. Wtedy zostały sformułowane pierwsze dwa prawa ruchu planet, wtedy też Kepler napisał prezentowaną tu rozprawę i obmyślał przygotowywanie innych dzieł.

Tycho Brahe był bardzo zadowolony z przybycia Keplera do Pragi i starał się zapewnić mu jak najlepszą pozycję. Współpraca dwóch astronomów nie trwała jednak zbyt długo, gdyż Brahe po krótkiej chorobie zmarł 24 października 1601 roku. Wkrótce po śmierci Duńczyka cesarz powierzył młodemu astronomowi cały materiał obserwacyjny oraz zlecił prace

nad niedokończonymi dziełami Tychona. Wyznaczył też Keplerowi stałe uposażenie jako nowemu matematykowi cesarskiemu.

Był to niezwykle pomyślny zbieg okoliczności. Bogaty materiał perfekcyjnego obserwatora trafił w ręce przenikliwego i odważnego teoretyka, który umiejętnie wykorzystał te zasoby. Duże znaczenie miały zdolności rachunkowe Keplera oraz dobra znajomość geometrii. Kepler najpierw przystąpił do opracowania teorii ruchu Marsa, czym zajmował się jeszcze podczas pierwszego czteromiesięcznego pobytu w Pradze. Badania te zaowocowały powstaniem fundamentalnego dzieła *Astronomia nova* (*Nowa astronomia*) zawierającego dwa pierwsze prawa ruchu planet. Pełniejszy tytuł rozprawy brzmiał: *Nowa astronomia wywiedziona z przyczyn albo fizyka niebieska, wyłożona za pomocą komentarzy o ruchach planety Mars*.

Badając ruch Marsa, Kepler stwierdził, że planeta nie może biec po orbicie kołowej i jej ruch nie może być jednostajny. Nie próbował za wszelką cenę ratować orbit kołowych, tylko uznał i odpowiednio zinterpretował wyniki obserwacji. Nie było to łatwe, albowiem od najdawniejszych czasów przyjmowano za aksjomat, że planety doświadczają wyłącznie jednostajnych ruchów kołowych lub złożenia tego rodzaju ruchów. Obiekty niebieskie mogły wędrować tylko po orbitach o idealnych kształtach. Zerwanie z tym aksjomatem było tak samo trudne, jak porzucenie systemu geocentrycznego. Gdy podkreśla się doniosłość odkryć Keplera ze względu na dochodzenie do prawdziwego opisu świata, często zapomina się o rewolucyjności jego dokonań. Nam przejście od okręgów do stożkowych wydaje się czymś naturalnym, a przecież dla astronomów początku XVII wieku był to ogromny przewrót myślowy.

Najpierw Kepler odkrył drugie prawo: pola zakreślone przez promień wodzący planety w równych odstępach czasu są równe. Później, po żmudnej analizie danych i pracochłonnych obliczeniach, sformułował pierwsze prawo ruchu orbitalnego, najlepiej dziś znane: planety poruszają się po elipsach, w których ognisku znajduje się Słońce. Przy tym Słońce dla Ke-

plera było fizycznym, a nie tylko geometrycznym środkiem ruchów planet. Po kilkuletniej żmudnej pracy obliczeniowej rękopis *Nowej astronomii* był gotowy w 1605 roku. Druk się jednak opóźnił ze względu na protesty spadkobierców Tychona Brahego, którzy dochodzili praw własności do wyników obserwacji zmarłego i zarzucali Keplerowi, że nie spełnił ostatniej woli Tychona i nie opisał ruchów planet według jego koncepcji. Dzieło ostatecznie ukazało się latem 1609 roku i przez wielu historyków nauki uważane jest za najważniejszą publikację naukową Keplera.

Równolegle z pracą nad *Astronomia nova* Kepler przygotowywał dwa inne dzieła. Pierwsze było traktatem poświęconym zjawiskom optycznym i nosiło podwójny tytuł: *Ad Vitellionem paralipomena* (*Paralipomena do Witelona*) lub *Astronomiae pars optica* (*Optyczna część astronomii*). Drugie dzieło, *De stella nova in pede Serpentarii*, dotyczyło pojawienia się w 1604 roku w Wężowniku supernowej. Gdy w 1610 roku w Wenecji ukazała się rozprawa Galileusza *Sidereus nuncius*, Kepler natychmiast opublikował list *Dissertatio cum nuncio sidereo*, podkreślając doniosłość odkryć Galileusza, dokonanych za pomocą lunety. Trzeba też wspomnieć o pracy noszącej tytuł *Dioptrice*, napisanej również pod wpływem badań Galileusza i często uważanej za epokową w rozwoju nowożytnej optyki geometrycznej.

Także w Pradze powstała niewielka, przedstawiana tu rozprawa *Strena seu de nive sexangula*, czyli *Noworoczny podarek albo o sześciokątnych płatkach śniegu*. Dziełko to, wydane w 1611 roku, często jest pomijane w skróconych biografiach Keplera, zwłaszcza gdy ich autorzy skupiają się na jego działalności astronomicznej. *Noworoczny podarek* budzi natomiast ogromne zainteresowanie tych, którzy zajmują się historią matematyki i krystalografii.

Gdy w 1611 roku abdykował cesarz Rudolf II, sytuacja Keplera uległa istotnej zmianie, dlatego postanowił wyjechać do Linzu, skąd otrzymał zaproszenie na, specjalnie dla niego utworzone, stanowisko matematyka okręgowego. W Linzu Kepler spędził 14 lat. Tam też powstały inne jego znaczące dzieła. Większość czasu poświęcił pracy nad traktatem *Harmonices*

mundi libri V (*Harmonii świata ksiąg pięć*), będącym rozwinięciem *Tajemnicy Kosmosu*, oraz obliczeniom do *Tabulae Rudolphinae* (*Tablice rudolfińskie*) – nowych tablic astronomicznych, których pierwotny pomysł, zaakceptowany przez cesarza Rudolfa II (stąd ich nazwa), pochodził jeszcze od Brahego. W 1615 roku ukazała się imponująca rozprawa *Stereometria doliorum vinariorum*, dotycząca zagadnienia określania objętości beczek z winem. Na jej kartach Kepler rozwiązał wiele ważnych problemów obliczania pól figur płaskich ograniczonych krzywymi i objętości rozmaitych brył. Pole dowolnej figury znajdował przez jej przybliżony podział na wycinki kół i stosował coś w rodzaju sum aproksymacyjnych. Było to pierwsze od czasów Eudoksosa i Archimedesa podjęcie problematyki rachunku całkowego.

W lecie 1619 roku ukończony został druk monumentalnego traktatu *Harmonices mundi libri V* – uwieńczenie dwudziestoletnich przemyśleń autora nad budową systemu planetarnego. Kepler uważał *Harmonię świata* za najważniejsze dzieło swojego życia. U podstaw przemyśleń autora leżało założenie, że ruchy planet są wynikiem zamysłu Boga stwarzającego świat, a zatem w świecie powinna występować pełna harmonia. Swoją teorię harmonii Kepler rozwinął przede wszystkim w trzech dziedzinach: geometrii, astronomii i muzyce. Za mistrza harmonii w geometrii uważał Euklidesa, który w *Elementach* wyprowadza twierdzenia z definicji i aksjomatów, wieńcząc dzieło własnościami pięciu wielościanów foremnych.

W rozważaniach w *Harmonii świata* widzimy nawiązanie do filozofii pitagorejczyków, którzy odkrywszy liczbowe zasady harmonii w muzyce, pragnęli przenieść je na opis całego świata. Kepler również podkreślał, że muzyka i matematyka są ściśle ze sobą związane. Podobnie harmonijne stosunki powinny występować w ruchu ciał niebieskich. Pisał: „Ruchy niebieskie są niczym innym jak muzyką ciągłą na wiele głosów, którą daje się objąć nie duchem, lecz intelektem".

Poszukując harmonii i praw symetrii w odległościach i prędkościach ciał niebieskich, Kepler odkrył trzecie prawo ruchu planet. Współcześnie wypowiada się je następująco: kwadraty okresów obiegów planet są proporcjo-